**第4章振动 练习题含解答**

**4.4 练习题**

**一 、选择题**

1. 关于简谐振动的初相，有下面一些说法：

(1) 简谐振动的初相一定是指它开始振动时刻的位相。

(2) 同一个简谐振动，可以选不同时刻作为时间的起始点，即选取不同时刻为，它们

之间的差别就是初相不同。

(3) 已知弹簧振子在时,处于平衡位置,能够由此确定它的初位相.

(4) 如果把一个单摆拉开一个小角度，然后放开让其自由摆动，此即为初位相。

在这些说法中，正确的是

(A) (1). (B) (2).

(C) (3). (D) (4). ［ ］

<答案>B

2．一轻弹簧，上端固定，下端挂有质量为的重物，其自由振动的周期为．今已知振子离开平衡位置为时，其振动速度为，加速度为．则下列计算该振子劲度系数的公式中，错误的是：

(A) ． (B) ．

(C) ． (D) ． ［ ］

<答案>B

3．一长为*l*的均匀细棒悬于通过其一端的光滑水平固定轴上，（如图所示），作成一复摆．已知细棒绕通过其一端的轴的转动惯量，此摆作微小振动的周期为

选择题4.3图



(A) . (B) .

(C) . (D) . ［ ］

<答案>C

4. 一质点沿*x*轴作简谐振动，振动方程为  (SI)．从时刻起，到质点位置在处，且向轴正方向运动的最短时间间隔为 (A)  (B)  (C) 

(D)  (E)  ［ ］

<答案>E

5. 两个质点各自作简谐振动，它们的振幅相同、周期相同．第一个质点的振动方程为．当第一个质点从相对于其平衡位置的正位移处回到平衡位置时，第二个质点正在最大正位移处．则第二个质点的振动方程为

(A) ． (B) ．

(C) ． (D) ． ［ ］

<答案>B

6. 一质量为的物体挂在劲度系数为的轻弹簧下面，振动角频率为．若把此弹簧分割成二等份，将物体挂在分割后的一根弹簧上，则振动角频率是

(A) ． (B) ．

(C) ． (D) ． ［ ］

<答案>B

7.一质点作简谐振动．其运动速度与时间的曲线如图所示．若质点的振动规律用余弦函数描述，则其初相应为

选择题4.7图



(A) ． (B) ． (C) ．

(D) ． (E) ． ［ ］

<答案>C

8. 一弹簧振子，重物的质量为，弹簧的劲度系数为，该振子作振幅为的简谐振动．当重物通过平衡位置且向规定的正方向运动时，开始计时．则其振动方程为：

(A)  (B) 

(C)  (D) 

(E)  ［ ］

<答案>B

9. 一质点作简谐振动，周期为．当它由平衡位置向轴正方向运动时，从二分之一最大位移处到最大位移处这段路程所需要的时间为

(A)  ． (B) ．

(C) ． (D) ． ［ ］

<答案>C

10.如图所示，质量为的物体，由劲度系数为和的两个轻弹簧连接到固定端，在水平光滑导轨上作微小振动，其振动频率为

选择题4.10图



(A) ． (B)  ．

(C)  ． (D)  ．

<答案>D

11.如图所示，倾角为的光滑斜面上固定三个轻弹簧，其劲度系数分别为。所连接物体的质量为。则该振动系统的振动频率为（ ）

选择题4.11图



(A) (B) 

(C)  (D) 

<答案>A

**二、 填空题**

1. 一弹簧振子作简谐振动，振幅为，周期为，其运动方程用余弦函数表示．若时，

(1) 振子在负的最大位移处，则初相为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2) 振子在平衡位置向正方向运动，则初相为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3) 振子在位移为处，且向负方向运动，则初相为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案>；；．

填空题4.2图



2.图中用旋转矢量法表示了一个简谐振动．旋转矢量的长度为0.04 m，

旋转角速度．此简谐振动以余弦函数表

示的振动方程为=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(SI)．

<答案>

3．一简谐振子的振动曲线如图所示，则以余弦函数表示的振动方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

填空题4.3图



<答案> 

4．两个同方向同频率的简谐振动，其振动表达式分别为：  (SI) ，  (SI) ，它们的合振动的振辐为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,初相为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案>4×10-2 m；

5. 在两个相同的弹簧下各悬一物体，两物体的质量比为4∶1，则二者作简谐振动的周期之比为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案>2:1

6. 一质点作简谐振动，速度最大值，振幅．若令速度具有正最大值的那一时刻为，则振动表达式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案>

7. 一质点沿轴作简谐振动，振动范围的中心点为轴的原点．已知周期为，振幅为． (1)若时质点过处且朝轴正方向运动，则振动方程为=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．(2)若时质点处于处且向轴负方向运动，则振动方程为=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案> ；

8. 图为两个互相垂直的谐振动合成运动的轨迹．若，且动点运动方向如图所示，则= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

填空题4.8图



<答案>

9. 一物块悬挂在弹簧下方作简谐振动,当这物块的位移等于振幅的一半时,其动能是总能量的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．（设平衡位置处势能为零）．当这物块在平衡位置时，弹簧的长度比原长长，这一振动系统的周期为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案>3/4 ；

10. 分别敲击某待测音叉和标准音叉，使它们同时发音，听到时强时弱的拍音．若测得在20 s内拍的次数为180次，标准音叉的频率为300 Hz，则待测音叉的频率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

<答案>291 Hz或309 Hz

**三 、计算题**

1. 一质点沿轴作简谐振动，其角频率．试分别写出以下两种初始状态下的振动方程：

(1) 其初始位移，初始速度；

(2) 其初始位移cm，初始速度

<答案>振动方程

(1) 时 ，

解得 ，

∴  (SI)

(2) 时，

解上两个方程得 ，

∴  (SI)

2. 在一轻弹簧下端悬挂砝码时，弹簧伸长．现在这根弹簧下端悬挂的物体，构成弹簧振子． 将物体从平衡位置向下拉动，并给以向上的的初速度（令这时）．选轴向下, 求振动方程的数值式．

解： 





，

 (SI)

3. 一质点作简谐振动，其振动方程为

 (SI)

(1) 当值为多大时，系统的势能为总能量的一半？

(2) 质点从平衡位置移动到上述位置所需最短时间为多少？

<答案>(1) 势能  总能量  由题意，， 

(2) 周期 

从平衡位置运动到的最短时间

4. 一木板在水平面上作简谐振动，振幅是，在距平衡位置处速率是．如果一小物块置于振动木板上，由于静摩擦力的作用，小物块和木板一起运动（振动频率不变），当木板运动到最大位移处时，物块正好开始在木板上滑动，问物块与木板之间的静摩擦系数为多少？

解：若从正最大位移处开始振动，则振动方程为

, 

在处，

∴ ， ，

解以上二式得 

，

木板在最大位移处最大，为  ①

若稍稍大于，则开始在木板上滑动，取

 ②

∴   ③

5. 一物体放在水平木板上，这木板以的频率沿水平直线作简谐运动，物体和水平木板之间的静摩擦系数，求物体在木板上不滑动时的最大振幅．

<答案>

设物体在水平木板上不滑动．

竖直方向：  ①

水平方向：  ②

且  ③

又有  ④

由①②③得  

再由此式和④得  

6. 质量的小球与轻弹簧组成的振动系统，按的规律作自由振动，式中以秒作单位，以厘米为单位，求

(1) 振动的角频率、周期、振幅和初相；

(2) 振动的速度、加速度的数值表达式；

(3) 振动的能量；

(4) 平均动能和平均势能．

<答案>

(1) ；；；

(2)  (SI)  (SI)

(3)  

(4) 平均动能    同理 

7. 一质量的物体，在弹簧的力作用下沿轴运动，平衡位置在原点. 弹簧的劲度系数．

(1) 求振动的周期和角频率．

(2) 如果振幅，时物体位于处，且物体沿轴反向运动，求初速及初相．

(3) 写出振动的数值表达式．

<答案>

(1)   s

(2)，在 时，， 得

 或

∵ ，∴  (3)  (SI)

8. 如图所示，有一水平弹簧振子，弹簧的劲度系数，重物的质量，重物静止在平衡位置上．设以一水平恒力向左作用于物体（不计摩擦），使之由平衡位置向左运动了时撤去力．当重物运动到左方最远位置时开始计时，求物体的运动方程．

<答案>

设物体的运动方程为 ．

恒外力所做的功即为弹簧振子的能量：．

计算题4.8图



当物体运动到左方最远位置时，弹簧的最大弹性势能为，

即：， ∴ ．

即振幅．



 ．

按题目所述时刻计时，初相为．

∴物体运动方程为  (SI)．

9. 倾角为的固定斜面上放一质量为的物体，用细绳跨过滑轮把物体与一轻弹簧相连接，弹簧另一端固定于地面，如图所示。弹簧的劲度系数为，滑轮可视为半径为、质量为的圆盘，设绳与滑轮间不打滑，物体与斜面间以及滑轮转轴处摩擦不计。（滑轮的转动惯量）

(1) 求证：的振动是简谐振动.

(2) 在弹簧不伸长，绳子也不松弛的情况下，使由静止释放并以此时作为计时起点，求的振动方程．

（本题中沿斜面向下取为轴正方向）

<答案>

(1) 取物体的平衡位置处为坐标原点，设物体处于此位置时弹簧伸长为，

有  ①

计算题4.9图



令滑轮两侧绳中张力为、,物体的运动方程为

 ②

对滑轮有  ③

，  ④

对弹簧有  ⑤

将①、③、④、⑤代入②整理后可得

可见的运动为简谐振动. 

(2) 由(1)，物体做的简谐振动. 依题意时，，且这时弹簧不伸长，则物体下滑距离时到达平衡位置，由此可知题给运动是初位移为的简谐振动，而且，可求出，，

因此的振动方程 

10.系统如图所示，动滑轮、细绳及两弹簧的质量均可忽略，细绳与滑轮间无摩擦，有关量已在图中示出。让悬挂物在竖直方向上偏离平衡位置，便可形成简谐振动，试求振动周期*T*。如果要求悬挂物的运动是纯粹的简谐振动(即在简谐振动过程中始终不会有其他形式的运动)，振幅A将有何限制?

计算题4.10图解



<答案>

从两弹簧均处于自由长度状态的位置，将悬挂物向下移动距离，如果恰好能处于力平衡状态，那么两个弹簧伸长量，满足下述关系式：  
 ，

据此可得  


即有  
  
将悬挂物从平衡位置向下移动量，设所受弹簧向上的合力为，那么两个弹簧各自总的伸长量，满足下述关联式：  
，

同样可得



悬挂物所受向下合力便是  
  
即得  
  
这是一个线性回复力，悬挂物将作简谐振动，振动圆频率和周期分别为  
，

细绳只能向下拉弹簧,不能向上压弹簧，如果振幅A超过，悬挂物从平衡位置向上到达高度时，两弹簧处于自由长度状态，悬挂物再向上运动时，细绳变软，悬挂物随即进入上抛运动状态，不再是简请振动。为避免出现这样的情况，要求

，

即

11.轴在同一水平面上的两个相同的圆柱体, 两轴相距,它们以相同的角速度相向转动。一质量为  的木板搁在两圆柱体上 , 木板与圆柱体之间的滑动摩擦系数为。问木板偏离对称位置后将如何运动？周期为多少？

计算题4.11图



<答案>

木板受力：

向：摩擦力 、

向：重力，支持力 、

以两轮中心连线之中点为坐标原点，木板质心位于处，则有

 (1)

计算题4.11图解



 (2)

 (3)

 (4)

 (5)

由(2)、(3)可得：

， (6)

因此

， (7)

(7)代入(1)，整理后可得



因此，木板作简谐振动

其振动周期为 

计算题4.12图



12.直角形均匀细杆的水平杆长为、质量为，竖直杆长为、质量为，细杆可绕拐角处的固定轴无摩擦地转动.水平杆的一端与劲度系数为的弹簧相连，平衡时水平杆呈水平状态，竖直杆竖直下垂，试求微小摆动的周期。

<答案>

设平衡时弹簧伸长为，则有 (1)

当细杆摆动到任意角度时，细杆所受力矩为

 (2)

计算题4.12图解



式中是细杆在角位置时弹簧的伸长。因微小摆动，有

 (3)

将(1)、(3)代入(2)式得 

由转动定律，得 

 (4)

式中是细杆绕固定轴的转动惯量，为 ，代入(4)式，得



因此，细杆绕轴的微小摆动是简谐振动，振动的圆频率为

从而振动周期 

**四 、研讨题**

1. 简谐振动的初相是不是一定指它开始振动时刻的位相？

参考解答：

对于一个振幅和周期已定的简谐振动，用数学公式表示时，由于选作原点的时刻不同，值就不同。例如，选物体到达正向极大位移的时刻为时间原点，则值等于零；如果选物体到达负向极大位移的时刻为时间原点，则等于。由于是由对时间原点的选择所决定的，所以把它叫做振动的初相。简谐振动的初相不是一定指它开始振动时刻的位相。

思考题：任何一个实际的弹簧都是有质量的，如果考虑弹簧的质量，弹簧振子的振动周期将变大还是变小？

2. 任何一个实际的弹簧都是有质量的，如果考虑弹簧的质量，弹簧振子的振动周期将变大还是变小？

参考解答：

因为弹簧振子的周期决定于系统的惯性和弹性，惯性越大则周期越大。因此可以定性地说，在考虑了弹簧的质量之后，弹簧振子的周期肯定会变大。  
 若振子的质量为，弹簧的质量为，弹簧的劲度系数为，可以计算出，在考虑了弹簧的质量之后，弹簧振子的振动周期为



例：劲度系数为、质量为的均匀弹簧，一端固定，另一端系一质量为的物体，在光滑水平面内作直线运动。求解弹簧振子的振动周期( )。

研讨题4.2图



解：平衡时点为坐标原点。物体运动到处时，速度为*.*设此时弹簧的长度为*，*取弹簧元分析：

质量，位移为（前提: 弹簧各等长小段变形相同，位移是线性规律），速度为：

弹簧、物体的动能分别为：，.

系统弹性势能为：.

系统机械能守恒，有：常数

即 常数

将上式对时间求导，整理后可得：

即  令 

比较简谐振动微分方程，知 .

3. 弹簧振子的无阻尼自由振动是简谐运动，同一弹簧振子在简谐策动力持续作用下的稳态受迫振动也是简谐运动，这两种简谐运动有什么不同？

参考解答：

这两种振动虽都是简谐振动，其振动的表达式形式也相同，但两种运动有很多的不同，这可从振动的运动学特点和动力学特点两个方面来说明。

从运动学来说，两种振动的频率、振幅、初相、速度、加速度的情况都各不相同；从动力学来说，两种振动的受力情况、振动方程（动力学方程）以及振动的能量特点都各有不同。

无阻尼自由振动：谐振过程中为定值，不受外界影响，周期为振子的固有周期，

稳态受迫振动：谐振过程中需不停地受外力作用，补充能量才能保证获得稳态受迫振动，周期为策动力的周期．